

線性規劃期末報告－航線時程安排問題

(Airline Flight Schedule)

組別：第十二組 組員：廖偉傑 林筱榕 柯姿瑜

Part One

某航空公司在紐約與芝加哥兩地航線之時程如下表 1-1 所示，由於季風之影響，故來回航程時間不同，又因芝加哥叫紐約時間晚一小時，表中所示時間為當地時間，該公司究應如何給予配對，飛機逗留地面之時間始為最少，且駕駛員擔任一次往返任務後，仍回原基地。

飛行班次	紐約出發	抵達芝加哥	飛行班次	芝加哥出發	抵達紐約
1	07:30	09:00	2	07:00	10:00
3	08:15	09:45	4	07:45	10:45
5	14:00	15:30	6	11:00	14:00
7	17:45	19:15	8	18:00	21:00
9	19:00	20:30	10	19:30	22:30

表 1-1

若飛機在地停留時間必須至少一小時，始能再行起飛，則在第 7 與第 10 班次如配對，則必須停留一天。若每 15 分鐘做一計算單位，依據表 1-1，可做成下表 1-2。

	以紐約為基地					以芝加哥為基地					
	2	4	6	8	10	2	4	6	8	10	
1	88	91	8	36		1	86	83	70	42	36
3	42					3	89	86	73	45	39
5	85	88	5	33		5	16	13	96	68	62
7	39					7	31	28	15	83	77
9	62	65	78	10		9	36	33	20	88	82
	16										
	47	50	63	91							

97				
42	45	58	86	
92				

表 1-2

將表 1-2 中各對以時間較少者予以列出可得表 1-3

	2	4	6	8	10
1	86	83	8*	36*	36
3	85*	86	5*	33*	39**
5	16	13	78*	10*	16
7	31	28	15	83	77
9	36	33	20	86*	82

表 1-3

其中*者以紐約為基地，無*者以芝加哥為基地，有**者表示任何一地均可為基地，獲得 1-3 表後，即可按指派問題予以求解之。

	2	4	6	8	10
1	86	83	8*	36*	36
3	85*	86	5*	33*	39**
5	16	13	78*	10*	16
7	31	28	15	83	77
9	36	33	20	86*	82

ANSWER1 & ANSWER2

由匈牙利法計算出來的結果有兩種答案都會有最短的時間，第一種答案在上面的表格中以綠色的數字和紅色的數字表示，第二種答案則是紫色的數字和紅色的數字來表示。

ANSWER1:

- ◎ 第 5 航班由紐約出發，由第 8 航班回紐約 ($10 \times 15 = 150$ 分)

- ◎ 第 3 航班由紐約出發，由第 6 航班回紐約 ($5*15=75$ 分)
- ◎ 第 10 航班由芝加哥出發，由第 1 航班回芝加哥 ($36*15=540$ 分)
- ◎ 第 2 航班由芝加哥出發，由第 7 航班回芝加哥 ($31*15=465$ 分)
- ◎ 第 4 航班由芝加哥出發，由第 9 航班回芝加哥 ($33*15=495$ 分)
- ◎ **TOTAL 停留地面時間= 1725 分鐘**

ANSWER2:

- ◎ 第 5 航班由紐約出發，由第 8 航班回紐約 ($10*15=150$ 分)
- ◎ 第 3 航班由紐約出發，由第 6 航班回紐約 ($5*15=75$ 分)
- ◎ 第 10 航班由芝加哥出發，由第 1 航班回芝加哥($36*15=540$ 分)
- ◎ 第 4 航班由芝加哥出發，由第 7 航班回芝加哥 ($28*15=420$ 分)
- ◎ 第 2 航班由芝加哥出發，由第 9 航班回芝加哥 ($36*15=540$ 分)
- ◎ **TOTAL 停留地面時間= 1725 分鐘**

Part Two

假如我們要求最大的停留地面時間，看看與 Part One 中最小停留時間的差距，我們將表 1-2 中各對以時間較大者予以列出可得表 1-5，並由匈牙利法解之。

	2	4	6	8	10
1	88*	91*	70	42	42*
3	89	88*	73	45	
5	39**				
7	62*	65*	96	68	62
9	47*	50*	63*	91*	97*
	42*	45*	58*	88	92*

表 1-5

	2	4	6	8	10
1	88*	91*	70	42	42*
3	89	88*	73	45	

5	39**				
7	62*	65*	96	68	62
9	47*	50*	63*	91*	97*
	42*	45*	58*	88	92*

ANSWER

ANSWER:

我們可以獲得最大停留時間為： $(89 + 91 + 96 + 88 + 97) \times 15 = 461 \times 15 = \underline{6915}$ 分鐘。

所以**最多和最少的時間差**為： $6915 - 1725 = \underline{5190}$ 分鐘。

Part Three

如果要考慮最大利潤的問題，我們可以先從最小成本的方面考量。假如航空公司每個月已經付了固定的金額作每個據點上建立基地所需要的費用，所以唯一影響到最小成本的是飛機在非基地上短暫停留時所耗的費用，所以我們先假設飛機短暫停留在紐約的機場需要付 1100 元每 15 分鐘，而飛機短暫停留在芝加哥的機場需要 700 元每 15 分鐘，同時若在紐約的機場升降需要收取費用 700 元，而在芝加哥的機場升降需要收取費用 400 元。

所以 $a_{ij} = (\text{停留時間}) \times (\text{停留費用}) + (\text{每次升降的費用})$ ，做成下表

1-6。

	以紐約為基地					以芝加哥為基地					
	2	4	6	8	10	2	4	6	8	10	
1	62	64.1	6	25.6	29.8	1	95.3	92	77.7	46.9	40.3
3	59.9	62	3.9	23.5	27.7	3	98.6	95.3	81	50.2	43.6
5	43.8	45.9	55	7.4	11.6	5	18.3	15	106.3	75.5	68.9
7	33.3	35.4	44.5	64.1		7	34.8	31.5	17.2	92	85.4
9	68.3					9	40.3	37	22.7	97.5	90.9
	29.8	31.9	41	60.6	64.8						

表 1-6 (單位：仟元/十五分鐘)

將表 1-6 中各對以時間較少者予以列出可得表 1-7，並由匈牙利法解之。

	2	4	6	8	10
1	62*	64.1*	6*	25.6*	
3	29.8*				
5	59.9*	62*	3.9*	23.5*	
7	27.7*				
9	18.3	15	55*	7.4*	
	11.6*				
	33.3*	31.5	17.2	64.1*	
	68.3*				
	29.8*	31.9*	22.7	60.6*	
	64.8*				

表 1-7 (單位：仟元/十五分鐘)

	2	4	6	8	10
1	62*	64.1*	6*	25.6*	
3	29.8*				
5	59.9*	62*	3.9*	23.5*	
7	27.7*				
9	18.3	15	55*	7.4*	
	11.6*				
	33.3*	31.5	17.2	64.1*	
	68.3*				
	29.8*	31.9*	22.7	60.6*	
	64.8*				

ANSWER1 & ANSWER2

計算出來的結果有四種答案都會有最短的時間，第一種答案在上面的表格中以紫色的數字和紅色的數字表示，第二種答案則是綠色的數字和紅色的數字來表示。

ANSWER1:

- ◎ 第 9 航班由紐約出發，由第 2 航班回紐約 (29.8 仟元)
- ◎ 第 4 航班由芝加哥出發，由第 7 航班回芝加哥 (31.5 仟元)
- ◎ 第 1 航班由紐約出發，由第 6 航班回紐約 (6 仟元)
- ◎ 第 3 航班由紐約出發，由第 8 航班回紐約 (23.5 仟元)
- ◎ 第 5 航班由紐約出發，由第 10 航班回紐約 (11.6 仟元)
- ◎ **TOTAL 停留地面時間 = 102.4 仟元/十五分鐘 = 409.6 仟元/小時**

ANSWER2:

- ◎ 第 9 航班由紐約出發，由第 2 航班回紐約 (29.8 仟元)
- ◎ 第 4 航班由芝加哥出發，由第 7 航班回芝加哥 (31.5 仟元)
- ◎ 第 1 航班由紐約出發，由第 6 航班回紐約 (6 仟元)
- ◎ 第 5 航班由紐約出發，由第 8 航班回紐約 (7.4 仟元)
- ◎ 第 3 航班由紐約出發，由第 10 航班回紐約 (27.7 仟元)
- ◎ **TOTAL 停留地面時間 = 102.4 仟元/十五分鐘 = 409.6 仟元/小時**

	2	4	6	8	10
1	62*	64.1*	6*	25.6*	
3	29.8*				
5	59.9*	62*	3.9*	23.5*	
7	27.7*				
9	18.3	15	55*	7.4*	
	11.6*				
	33.3*	31.5	17.2	64.1*	
	68.3*				
	29.8*	31.9*	22.7	60.6*	
	64.8*				

ANSWER3 & ANSWER4

第三種答案在上面的表格中以綠色的數字和紅色的數字表示，第四種答案則是藍色的數字和紅色的數字來表示。

ANSWER3:

- ◎ 第 9 航班由紐約出發，由第 2 航班回紐約 (29.8 仟元)
- ◎ 第 4 航班由芝加哥出發，由第 7 航班回芝加哥 (31.5 仟元)
- ◎ 第 3 航班由紐約出發，由第 6 航班回紐約 (3.9 仟元)
- ◎ 第 1 航班由紐約出發，由第 8 航班回紐約 (25.6 仟元)
- ◎ 第 5 航班由紐約出發，由第 10 航班回紐約 (11.6 仟元)
- ◎ **TOTAL 停留地面時間 = 102.4 仟元/十五分鐘 = 409.6 仟元/小時**

ANSWER4:

- ◎ 第 9 航班由紐約出發，由第 2 航班回紐約 (29.8 仟元)
- ◎ 第 4 航班由芝加哥出發，由第 7 航班回芝加哥 (31.5 仟元)
- ◎ 第 3 航班由紐約出發，由第 6 航班回紐約 (3.9 仟元)
- ◎ 第 5 航班由紐約出發，由第 8 航班回紐約 (7.4 仟元)
- ◎ 第 1 航班由紐約出發，由第 10 航班回紐約 (29.8 仟元)
- ◎ **TOTAL 停留地面時間 = 102.4 仟元/十五分鐘 = 409.6 仟元/小時**

Part Four

假如我們要求最大成本，看看與 Part Three 中最小成本的差距，我們將表 1-6 中各對以時間較大者予以列出可得表 1-8，並由匈牙利法解之。

	2	4	6	8	10
1	95.3	92	77.7	46.9	

3	40.3				
5	98.6	95.3	81	50.2	
7	43.6				
9	43.8*	45.9*	106.3	75.5	68.9
	34.8	35.4*	44.5*	92	
	85.4				
	40.3	37	41*	97.5	
	90.9				

表 1-8 (單位：仟元/十五分鐘)

	2	4	6	8	10
1	95.3	92	77.7	46.9	
3	40.3				
5	98.6	95.3	81	50.2	
7	43.6				
9	43.8*	45.9*	106.3	75.5	68.9
	34.8	35.4*	44.5*	92	
	85.4				
	40.3	37	41*	97.5	
	90.9				

ANSWER

ANSWER:

我們可以獲得最大成本為： $95.3 + 95.3 + 106.3 + 92 + 90.9 = 479.8$ 仟元/十五分鐘
 = 1919.2 仟元/小時。

所以**最多和最少的成本差為**： $1919.2 - 409.6 = 1509.6$ 仟元/小時。

結論：

我們可以從 part one 及 part three 看出只要增加限制條件，最佳解隨之改變，所以在解決線性問題的過程中定義目標和條件要仔細；從 part one 和 part two 或者 part three 和 part four 我們可以知道線性規劃的重要性，達到目標與未達目標中間的落差，對一個有效的管理制度相當重要，從而可以達到最大獲利。