

## PRACTICE OF QUALITY CONTROL

# FINAL PROJECT

—湯圓重量之量測變異分析—

—CAT-100 Catapult 彈射實驗分析—



指導教授：潘浙楠 教授

組員：鄭存善

陳章睿

中華民國一〇六年一月十六日星期一

# 目錄

<b>壹、湯圓重量之量測變異分析</b> .....	<b>3</b>
一、研究動機及原理.....	3
二、量測實驗 .....	4
甲、量測產品及實驗儀器.....	4
乙、量測參數.....	4
丙、實驗步驟.....	4
三、量測數據及分析.....	5
甲、量測數據.....	5
乙、量測資料分析.....	7
四、結論.....	10
<b>貳、CAT-100 Catapult 彈射實驗分析</b> .....	<b>11</b>
一、研究動機及方法.....	11
二、量測物品與儀器.....	12
三、變數與實驗步驟.....	13
四、設計與執行實驗.....	14
五、挑選變數、ANOVA 檢定顯著性.....	15
六、配適線性迴歸模型、模型驗證.....	18
七、結論與問題.....	20
<b>參、參考文獻</b> .....	<b>21</b>

# 壹、湯圓重量之量測變異分析

## 一、研究動機及原理

動機：

時逢冬至，於是藉此機會想了解一盒湯圓中每一顆湯圓重量是否具有  
一致性！

原理：

為確保產品之間的一致性和產品是否在管制界限內，因此量測變異分析  
是品質管制極為重要的一步！除此之外還得確保量測誤差造成的變異相對  
於製程變異是非常小的，分析的結果才能真正反映產品的實際情況，因此在  
對產品分析之前對量測系統的分析也是很重要的。

ANOVA:計算產品、量測員及兩者交互作用下對重量測量值的影響，進而  
對整個量測系統分析。

GR&R:以全距來計算重複性(Repeatability)、再現性 (Reproducibility)的變  
異，探討量測變異是否過大藉此對整個量測系統進行分析。

## 二、量測實驗

### 甲、量測產品及實驗儀器

量測物品	花生湯圓
產品品質特性	湯圓重量
量測儀器	AS220/C/1
量測儀器精密度	0.1mg

### 乙、量測參數

量測樣本(n)	15
量測人員數(p)	2
重複測量次數(k)	2

在決定樣本數及量測次數，我們並未注意到應該從江玉巧學姐的研究中，來決定最佳的量測次數是比較可惜的部分。

### 丙、實驗步驟

- i. 開啟量測儀熱機
- ii. 將 15 顆湯圓編號，抽籤決定實驗順序
- iii. 將量測者編號，抽籤決定實驗順序
- iv. 熱機三十分鐘後進行校正
- v. 依照抽籤順序量測並記錄
- vi. 重複兩次

### 三、 量測數據及分析

#### 甲、 量測數據(

##### i. 量測員一之量測數據

樣本編號	第一次測量	第二次測量	$\bar{x}$	<b>R</b>
1	22.079	22.065	22.072	0.014
2	20.637	20.576	20.6065	0.061
3	21.483	21.519	21.501	0.036
4	20.617	20.58	20.5985	0.037
5	21.371	21.362	21.3665	0.009
6	20.98	20.945	20.9625	0.035
7	21.235	21.21	21.2225	0.025
8	20.491	20.448	20.4695	0.043
9	21.814	21.743	21.7785	0.071
10	20.523	20.476	20.4995	0.047
11	21.068	21.006	21.037	0.062
12	20.945	20.921	20.933	0.024
13	21.455	21.4	21.4275	0.055
14	21.442	21.417	21.4295	0.025
15	21.126	21.086	21.106	0.04

i. 量測員二之量測數據

樣本編號	第一次測量	第二次測量	$\bar{x}$	<i>R</i>
1	22.088	22.039	22.0635	0.049
2	20.62	20.529	20.5745	0.091
3	21.5	21.512	21.506	0.012
4	20.583	20.574	20.5785	0.009
5	21.374	21.361	21.3675	0.013
6	20.957	20.946	20.9515	0.011
7	21.227	21.217	21.222	0.01
8	20.473	20.444	20.4585	0.029
9	21.757	21.717	21.737	0.04
10	20.514	20.453	20.4835	0.061
11	21.031	21.007	21.019	0.024
12	20.943	20.913	20.928	0.03
13	21.421	21.399	21.41	0.022
14	21.447	21.405	21.426	0.042
15	21.105	21.094	21.0995	0.011

## 乙、量測資料分析

### i. ANOVA 法

將測量數據建立表 1-1 ANOVA(with interaction)，如下：

表 1-1：ANOVA Table(with interaction)

Source	DF	SS	MS	F	P
product	14	12.6639	0.904567	5833.68	0.000
Operator	1	0.0023	0.002282	14.71	0.002
Product*operator	14	0.0023	0.000155	0.19	0.999
Error	30	0.0243	0.000810		
total	59	12.6927			

從表 1-1 中可發現 product\*operator 的交互作用並不顯著(P-value=0.999>0.05)，因此將交互作用項併入隨機誤差項中，得表 1-2 ANOVA(without interaction)，如下：

表 1-2 ANOVA(without interaction)

Source	DF	SS	MS	F	P
product	14	12.6639	0.904567	1503.98	0.000
Operator	1	0.0023	0.002282	3.79	0.058
Error	44	0.0265	0.000601		
total	59	12.6927			

從表 1-2 中可看出 operator 的影響是不顯著的(P-value=0.58>0.05) 而 product 的影響是顯著的(P-value=0.000<0.05)

ii. GR&R :

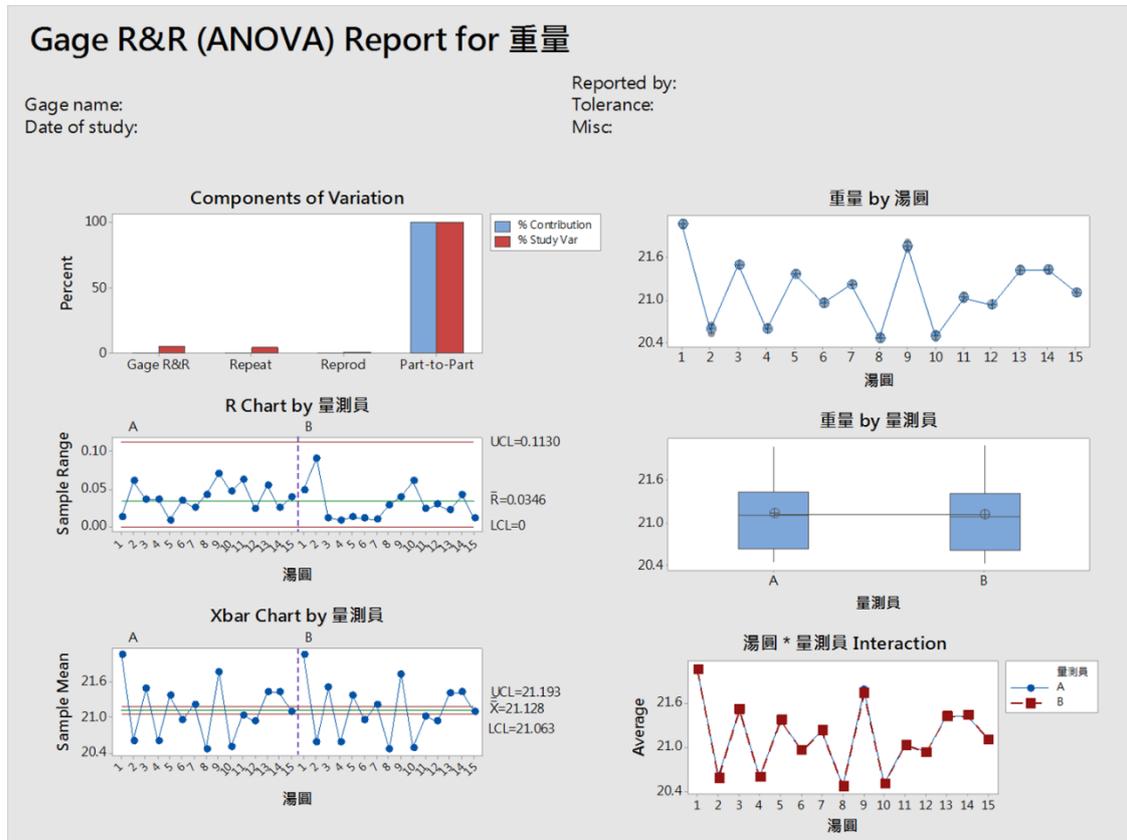


圖 1-1 GR&R chart

首先從左邊最上方 Components of Variation 的圖中，可以發現幾乎所有的變異都集中在產品與產品之間，呼應前面 ANOVA table 中 product 效應顯顯著。

從 R-chart、Xbar-chart 和 Box-chart 都可以看出同樣的產品兩位量測員測量的結果是差不多的，說明 operator 的影響是不顯著的。

湯圓一包有 10 顆而包裝上寫總共是 200 克，在 Xbar-chart 中還可以發現每一個湯圓重量平均值都有超過 20，表示每一顆湯圓都有超過最低下限。

不過仔細看 Box-chart 的話會發現量測員 A 會比量測員 B 來的高一些，在看到下頁的圖 1-2

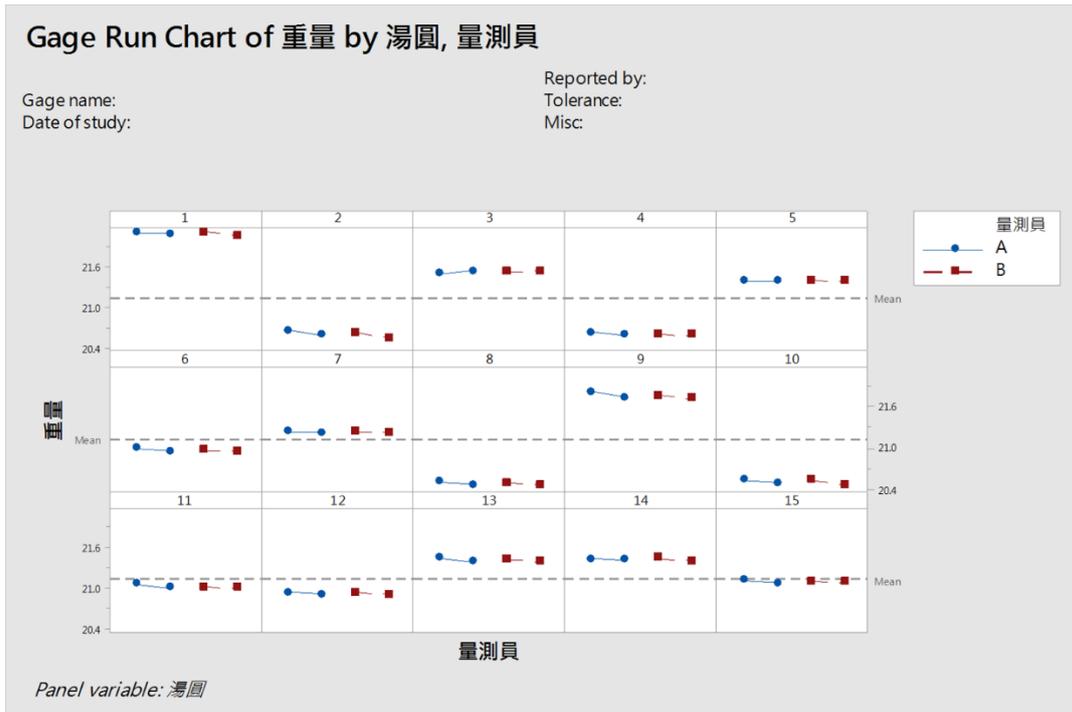


圖 1-2 Gage Run-chart

由圖 1-2 可以很明顯發現兩次量測數據的連線是斜的，湯圓第一次量的時候比起第二次來的重，其實是因為進行量測實驗時才發現湯圓在拿取過程中粉會一直剝落！

表 1-3

Source	VarComp	%Contribution	StdDev	6xSD	%Study Var
Total Gage R&R	0.000657	0.29	0.025641	0.15385	5.39
Repeatability	0.000601	0.27	0.024524	0.14715	5.15
Reproducibility	0.000056	0.02	0.007484	0.0449	1.57
量測員	0.000056	0.02	0.007484	0.0449	1.57
Part-To-Part	0.225991	99.71	0.475385	2.85231	99.85
Total Variation	0.226649	100	0.476076	2.85646	100
Number of Distinct Categories = 26					

從表 1-3 中可以發現不管是 Repeatability 還是 Reproducibility 並不高，主要還是產品和產品(Part to Part)之間的差異占整個量測變異的大部分。而 Number of Distinct Categories=26，說明了此量測系統是很不錯的！

#### 四、結論

整個量測系統是不錯的，而變異大部分也是集中產品之間，雖然每一顆湯圓都有超過最低下限但每一顆湯圓的重量很不一致！還有在決定實驗參數時應該更謹慎選用最加的組合，可以讓量測系統更加準確！

最後是量測物的選擇，對於量測物的特性與性質應該要考慮得更加清楚，像是這次實驗選用湯圓卻完全沒考慮到粉會剝落的事情，雖然結果整個量測系統是好的，不過還是應該更為謹慎。

## 貳、 CAT-100 Catapult 彈射實驗分析

### 一、 研究動機及方法

#### 甲、 研究動機

CAT-100 Catapult 為一台藉由控制各項機關即可影響球彈射距離的彈射裝置，在本章中我們想要找出能顯著影響彈射距離的因子、進而設定出彈射最遠距離之方法。另外我們也想順便估計出每一個因子的效果。

#### 乙、 研究方法

在本章中我們使用  $2^k$  全因子實驗作為研究之方法，將各因子的高低水準編碼為{-1,1}，再以隨機指定順序之方式實驗所有因子水準之組合，即可蒐集所需之實驗數據。

分析過程中，我們會先以 Half-Normal Plot 選取所需因子；再用計算 ANOVA 檢定因子是否有顯著影響；最後建立線性迴歸模型與模型驗證，即可得出顯著的因子與交互作用。

## 二、量測物品與儀器

在本實驗中彈射設備我們使用 CAT-100 Catapult，其有 6 處裝置各可以調整 3 種水準；另外在彈射距離上我們使用捲尺從 CAT-100 最外側開始測量，並以呎(ft)計算。

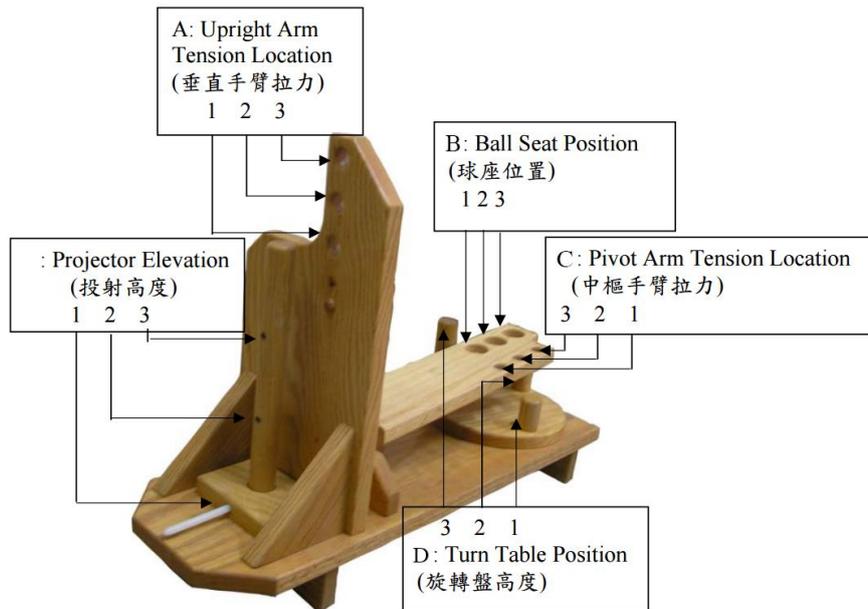


圖 2-1 CAT-100 Catapult



圖 2-2 捲尺

### 三、變數與實驗步驟

#### 甲、變數介紹

在本章中，我們使用彈射距離為反應變數；另外在因子上，我們使用垂直手臂拉力、球座位置、中樞手臂拉力、旋轉盤高度等四處設備為因子，其水準設定如下圖 2-3 所表示：1 為高水準、-1 為低水準。

以數學式表示之，則為：

$$y = \text{彈射距離(ft)}$$

$$x = \begin{cases} 1, & \text{if } x \text{ 為高水準} \\ -1, & \text{if } x \text{ 為低水準} \end{cases}, \forall x = A, B, C, D$$

其中

- A：垂直手臂拉力；
- B：球座位置；
- C：中樞手臂拉力；
- D：旋轉盤高度。

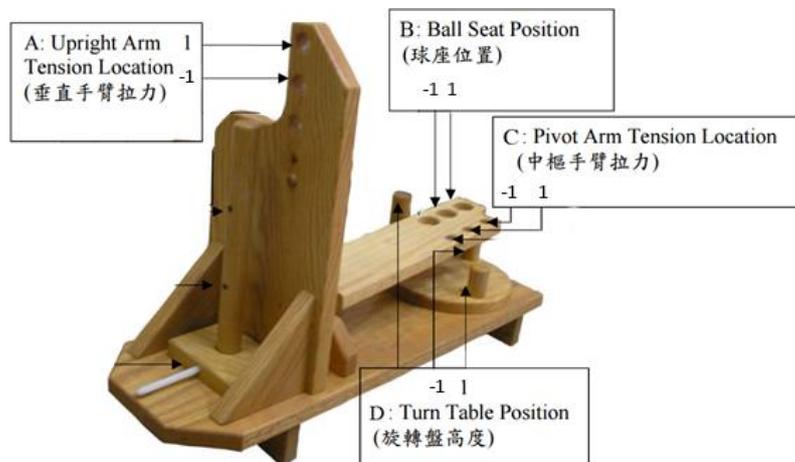


圖 2-3 使用之因子設定

#### 乙、實驗步驟

- i. 建立 $2^4$ 全因子設計實驗記錄表格
- ii. 亂數決定順序
- iii. 依順序調整因子水準進行彈射實驗
- iv. 記錄彈射距離

#### 四、設計與執行實驗

最後實際進行實驗後，結果與順序如下：

表 2-1 實驗表格

	<b>A</b>	<b>B</b>	<b>C</b>	<b>D</b>	<b>順序</b>	<b>距離</b>
<b>-1</b>	-1	-1	-1	-1	14	16.3
<b>a</b>	1	-1	-1	-1	5	23.4
<b>b</b>	-1	1	-1	-1	11	28.5
<b>ab</b>	1	1	-1	-1	4	33.6
<b>c</b>	-1	-1	1	-1	9	23.3
<b>ac</b>	1	-1	1	-1	16	33.2
<b>bc</b>	-1	1	1	-1	7	36.2
<b>abc</b>	1	1	1	-1	2	44.5
<b>d</b>	-1	-1	-1	1	12	25.5
<b>ad</b>	1	-1	-1	1	3	30.1
<b>bd</b>	-1	1	-1	1	6	35.3
<b>abd</b>	1	1	-1	1	1	29.5
<b>cd</b>	-1	-1	1	1	8	43.9
<b>acd</b>	1	-1	1	1	10	41.1
<b>bcd</b>	-1	1	1	1	13	47
<b>abcd</b>	1	1	1	1	15	60

## 五、 挑選變數、ANOVA 檢定顯著性

一開始我們先以全效果模型計算效果，意即：

$$\begin{aligned}
 y_{ijkl} = & \mu + A_i + B_j + C_k + D_l + \\
 & AB_i + AC_i + AD_{il} + BC_{jk} + BD_{jl} + CD_{kl} + \\
 & ABC_{ijk} + ABD_{ijl} + BCD_{jkl} + ABCD_{ijkl} + \varepsilon_{ijkl} \\
 & \forall i = 1,2; j = 1,2; k = 1,2; l = 1,2
 \end{aligned}$$

其中  $y_{ijkl}$  為彈射距離；

$\mu$  為間距；

$A_i$  為 A 效果； $B_j$  為 B 效果； $C_k$  為 C 效果； $D_l$  為 D 效果；

$AB_i$ 、 $AC_i$ 、 $AD_{il}$ 、 $BC_{jk}$ 、 $BD_{jl}$ 、 $CD_{kl}$ 、 $ABC_{ijk}$ 、

$ABD_{ijl}$ 、 $BCD_{jkl}$ 、 $ABCD_{ijkl}$  為各項因子之交互作用；

$\varepsilon_{ijkl}$  為誤差項。

以 Half Normal Plot 繪製效果，則結果如下圖 2-4：

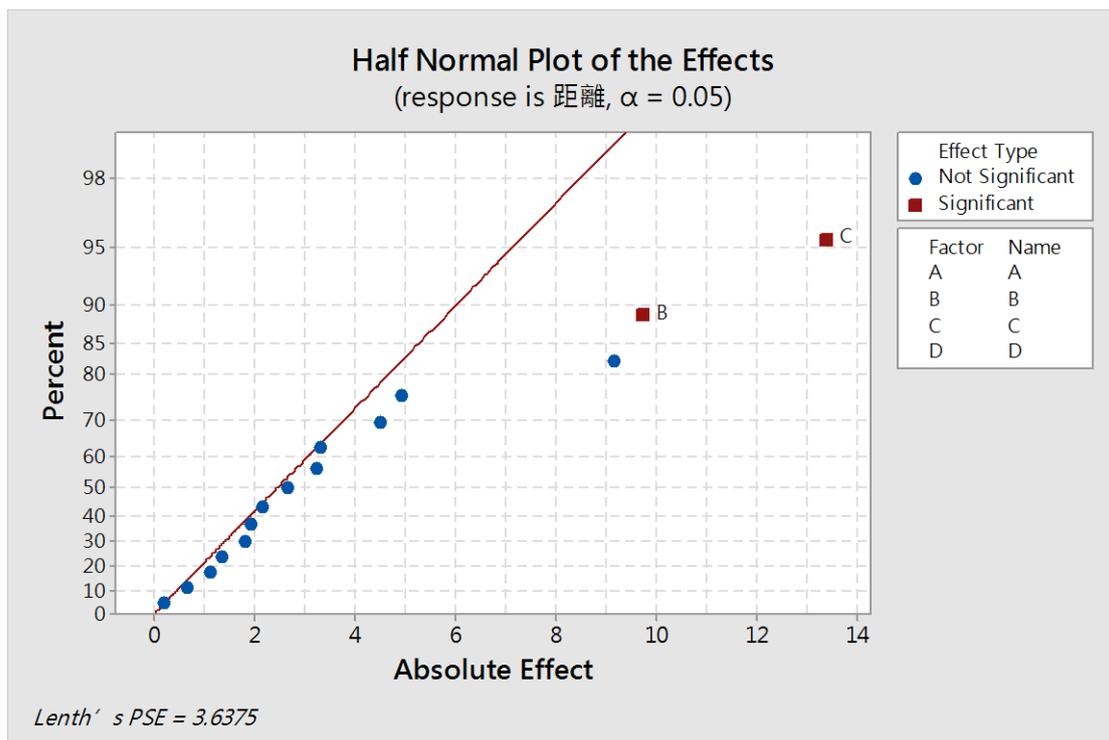


圖 2-4 全效果模型之效果 Half Normal Plot

由圖 2-4 可知，顯著的效果只有 B、C 兩項主效果，但 D 效果也十分偏離常態線，因此我們將三階以上的交互作用捨棄、重新配飾一個模型如下：

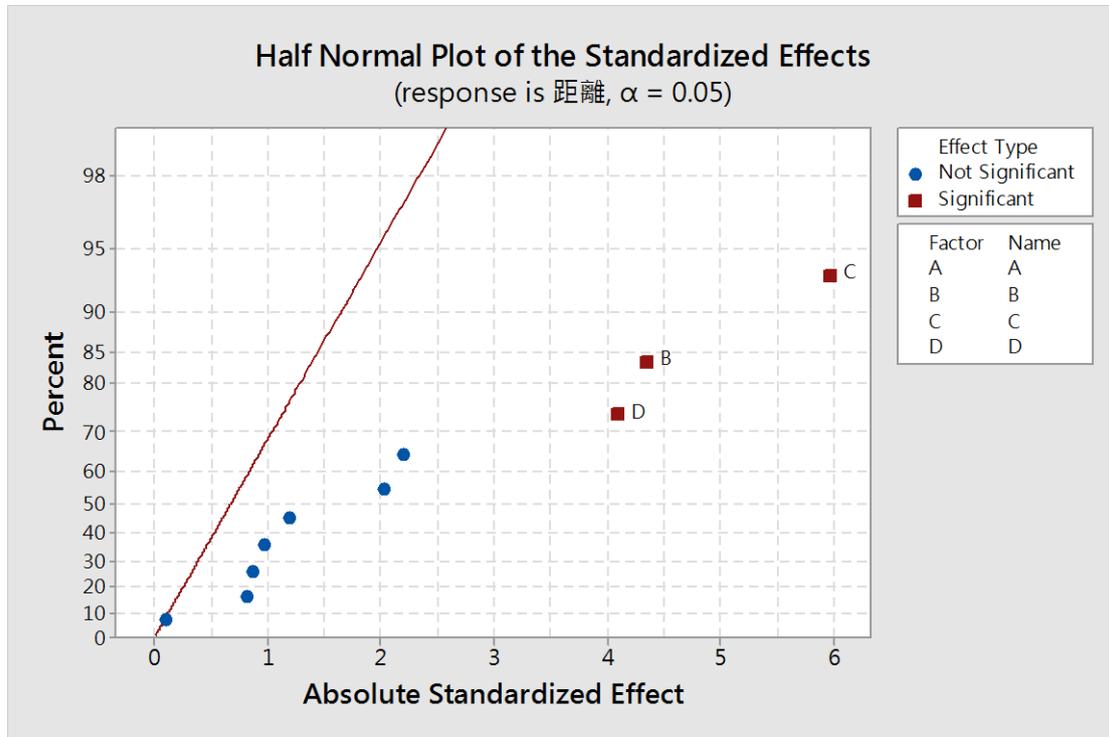


圖 2-5 新模型之效果 Half Normal Plot

可以看出 B、C、D 都相當顯著，因此我們認為只有 B、C、D 三項因子有顯著效果，且沒有任何交互作用。

接著我們以 B、C、D 作 ANOVA 模型：

Fixed Effects model:

$$y_{ijk} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \gamma_k + \varepsilon_{ijk}, \forall i = 1,2; j = 1,2; k = 1,2$$

其中  $y_{ijk}$  為彈射距離；  
 $\mu$  為間距；  
 $\alpha_i$  為 B 效果； $\beta_j$  為 C 效果； $\gamma_k$  為 D 效果；  
 $\varepsilon_{ijk}$  為誤差項。

ANOVA 會同時作以下檢定：

$$\begin{aligned} H_{01}: \alpha_1 &= \alpha_2 \quad \text{versus} \quad H_{11}: \alpha_1 \neq \alpha_2 \\ H_{02}: \beta_1 &= \beta_2 \quad \text{versus} \quad H_{12}: \beta_1 \neq \beta_2 \\ H_{03}: \gamma_1 &= \gamma_2 \quad \text{versus} \quad H_{13}: \gamma_1 \neq \gamma_2 \end{aligned}$$

最後以 Minitab 計算出 ANOVA 結果如下：

表 2-2 ANOVA 結果

Source	DF	SS	MS	F	P
B	1	378.30	378.3	12.78	0.004
C	1	715.56	715.56	24.18	0.000
D	1	336.72	336.72	11.38	0.006
Error	12	355.09	29.59		
Total	15	1785.68			
S	5.43975	R-Sq	80.11%	R-Sq(adj)	75.14%

因為有三項假設檢定，在 overall  $\alpha = 0.05$  用 Bonferroni correction 可得每一項檢定的  $\alpha = 0.0167$ 。因為 B、C、D 的 P-value 都遠小於 0.0167，因此三項效果都視為很顯著，因此後續我們就採用 B、C、D 三項因子。

## 六、 配適線性迴歸模型、模型驗證

### 甲、 配適線性迴歸模型

根據剛剛的結果，我們將資料配適一般線性迴歸：

$$y = \alpha + \beta_1 B + \beta_2 C + \beta_3 D + \epsilon$$

其中  $y$  為彈射距離；

$\alpha$  為間距；

$\beta$  為估計參數；

$\epsilon$  為誤差項。

以 Minitab 計算，線性迴歸模型結果如下：

表 2-3 線性迴歸模型結果

Term	Effect	Coef	SE Coef	T-Value	P-Value	VIF
Constant		34.46	1.36	25.34	0.000	
B	9.72	4.86	1.36	3.58	0.004	1
C	13.37	6.69	1.36	4.92	0.000	1
D	9.18	4.59	1.36	3.37	0.006	1
S	5.43975	$R^2$ 80.11%	$R^2(adj)$ 75.14%	$R^2(pred)$ 64.65%		

因此估計之迴歸模型為：

$$\widehat{\text{距離}} = 34.46 + 4.86B + 6.69C + 4.59D$$

## 乙、 模型驗證

將殘差設定為  $e = \text{距離} - \widehat{\text{距離}}$ ，則可進行下述殘差分析：

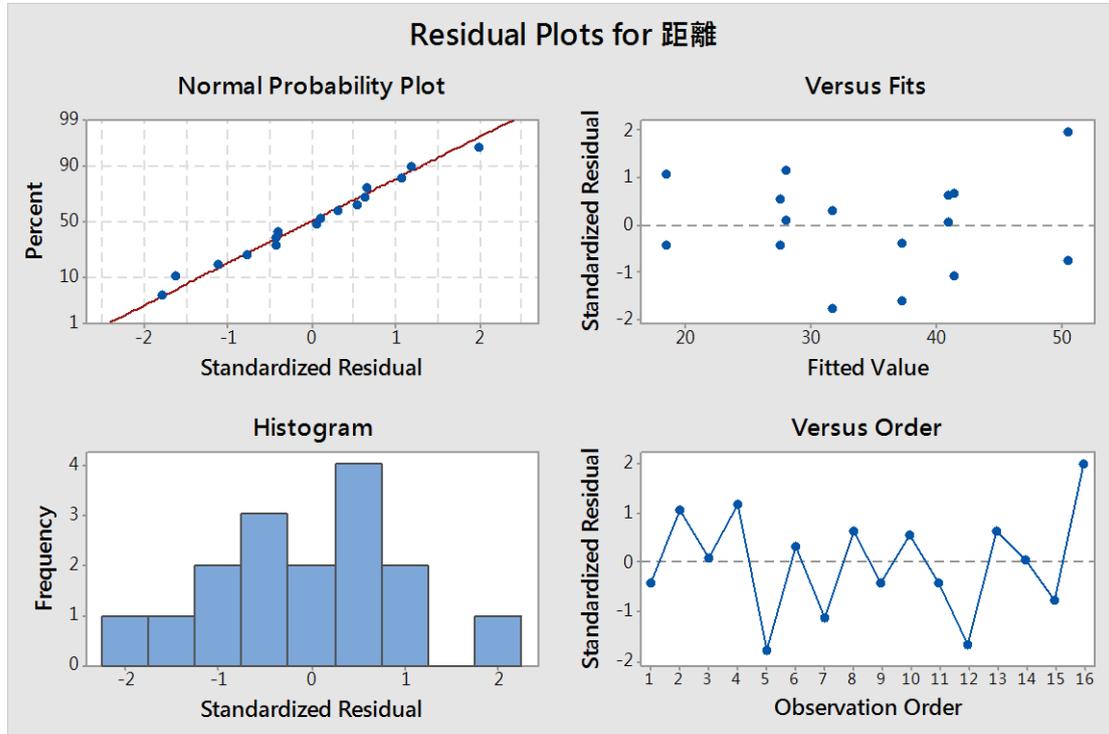


圖 2-6 殘差分析

由四張圖可以分別知道：

- i. 殘差大致呈現常態分配；
- ii. 殘差大致上等變異、沒有明顯的趨勢；
- iii. 雖然有些右傾、但殘差大致上還是鐘型曲線；
- iv. 由順序來看沒有特別的趨勢。

因此配適的模型通過殘差驗證，代表模型有用。

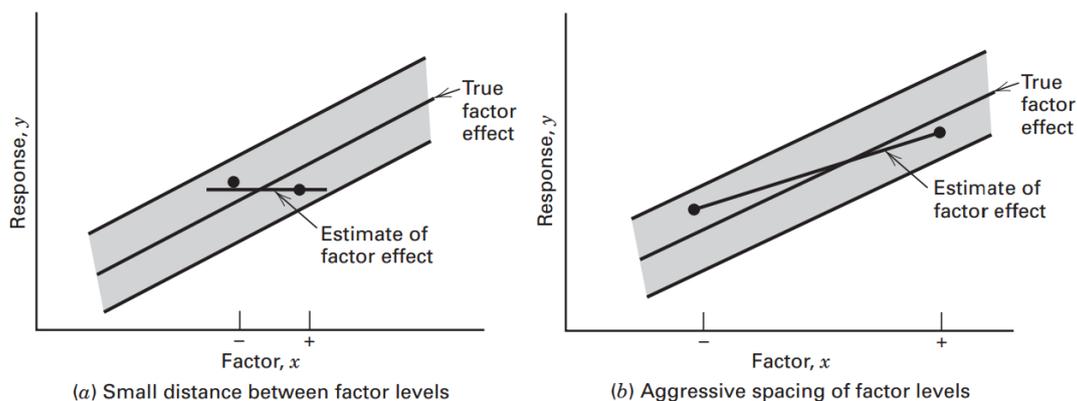
## 七、 結論與問題

從本次的實驗中，我們有以下結論：

- 甲、垂直手臂拉力沒有顯著的效果。
- 乙、中樞手臂拉力效果最大，其次是球座位置、旋轉盤高度。
- 丙、因子間沒有任何交互作用。
- 丁、若將中樞手臂拉力、球座位置、旋轉盤高度皆調整到高水準，即可獲得最遠距離；反之則可得最近距離。

然而，我們也遇到以下的問題：

- 甲、由於沒有作重複實驗，A 因子可能被誤差影響(如下圖 2-7 所表示)才因此不夠顯著。



■ FIGURE 6.9 The impact of the choice of factor levels in an unreplicated design

圖 2-7 未重複實驗的可能問題

- 乙、由於時間不夠，在作完統計之後，我們沒有辦法作後續的驗證實驗、計算最遠距離與最近距離差異。

## 八、 參考文獻

1. 潘浙楠，《品質管理》
2. Montgomery, *Design and Analysis of Experiments 8/e*
3. 顏佳芸、林君娥、莊淑綦，〈維他命 C 厚度及寬度脂量測變異分析〉
4. 陳奎靜、吳晉毅、詹文良，〈10 元硬幣直徑之量測變異分析〉